MATERIAUX ET

NANOTECHNOLOGIES

4 MNT
DEVOIR SURVEILLE
Fonctions de l'Electronique

le 13 juin 2006

Durée : 3 heures

Nota Bene : - Documents non autorisés.
- Nombre de pages totales : 8
- Nombre de pages annexes : 4
- Nombre d'annexe à rendre avec la copie : 0

Le sujet comporte deux exercices et un problème ainsi qu'une partie « bonus » comportant des questions de cours. Chaque partie peut être traitée de manière indépendante. La qualité, la clarté de la présentation ainsi que l'orthographe seront pris en considération dans la notation. Le barème est donné à titre indicatif.

EXERCICE N°1 : Etude d'un signal modulé en fréquence (6 points)

Un modulateur de fréquence (FM) délivre un signal $s(t) = S_m \cos\left(\omega_c\, t + 1{,}75 \sin(\omega_m t)\right)$ tel que S_m = 2V, ω_m = 1.26 10^5 rad/s et ω_c =6.29 10^6 rad/s.

1) Expliquer en quelques lignes l'intérêt de la modulation.
2) Dans l'expression de s(t), que représentent les pulsations ω_m et ω_c. En déduire les valeurs correspondantes des fréquences f_m et f_c présentes dans le signal s(t). Quelle est la valeur de l'indice de modulation m_{FM}.
3) Calculer l'excursion de fréquence de ce signal Δf.
4) En utilisant la table des fonctions de Bessel fournie en annexe B, déterminer les différentes composantes spectrales attendues. Calculer leurs amplitudes respectives et représenter le spectre de l'onde FM.
5) Calculer la bande de fréquence B_f occupée par ce signal.
6) La puissance totale P fournie par l'onde FM dans une résistance R est égale à la somme des puissances véhiculées par la porteuse et par les deux bandes latérales. Celle-ci s'exprime selon la relation :

$$P = \frac{S_m^2}{2R} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_k^2(m_{FM})$$

avec $J_k(m_{FM})$ la fonction de Bessel d'ordre k.

On considère une porteuse sinusoïdale d'amplitude S_m, modulée en fréquence autour de f_c = 10 MHz par un signal modulant sinusoïdal de fréquence f_m = 10 kHz. L'indice de modulation vaut m_{FM} = 5. La puissance du signal est 30dBm sur une résistance de 50 Ω. On rappelle P(dBm)=10 log(P/P_{ref}) avec P_{ref} = 1mW.

a) Quelle différence majeure y a t-il par rapport à la puissance totale véhiculée par un signal modulé en amplitude avec porteuse ?

b) Déterminer l'amplitude S_m du signal modulé.
c) Tracer qualitativement le spectre d'amplitude. On précisera le nombre de raies.
d) Déterminer l'encombrement fréquentiel B_f à partir de la règle de Carlson.

EXERCICE N°2 : étude de l'oscillateur à pont de Wien (4 points)

Dans le montage de la figure 1 (cf. annexe A), on se propose d'étudier l'oscillateur à pont de Wien. Dans un premier temps, on considère le montage en boucle ouverte c'est-à-dire sans connexion entre s et e. Le montage en boucle ouverte est décomposé en un amplificateur large bande suivi d'un quadripôle sélectif. On note A l'amplification de la chaîne directe.

1) En supposant l'amplificateur idéal ($i_+ = i_- = 0$ et $E_+ = E_-$), exprimer le gain $A = v/e$ en fonction des résistances R_1 et R_2. Comment s'appelle ce type de montage ?
2) Soit $B(p) = s/v$ (avec $p=j\omega$) le gain du quadripôle sélectif en sortie ouverte. En utilisant la figure 2 (cf. annexe A), montrer que le gain B(p) se met sous la forme :

$$B(p) = \frac{pRC}{(pRC)^2 + 3pRC + 1}$$

3) Tracer les variations du module et de l'argument de B(p) en fonction de la fréquence ω. Donner l'expression de la fréquence de résonance ω_0 de ce quadripôle sélectif. Préciser les valeurs prises par ces fonctions en $\omega = \omega_0$.
4) Lorsque l'on ferme la boucle, la connexion impose s = e (cf. figure 1). En appliquant le critère de Barkhausen, trouver les conditions d'entretien limite des oscillations. En déduire une relation entre R_1 et R_2.

PROBLEME : modulation d'amplitude par paire différentielle (10 points)

L'objet du problème est d'étudier la génération de signaux modulés en amplitude à partir d'une paire différentielle à transistors bipolaires (cf. figure 3, annexe A). Pour ce faire, on dispose principalement de deux alimentations symétriques $\pm$ E et de deux transistors (T_1) et (T_2) supposés identiques dont les courants émetteurs obéissent à la loi exponentielle classique :

$$I_{E_k} = I_s e^{\frac{V_{BE_k}}{V_T}}$$

avec k=1,2 selon le transistor considéré ((T_1) ou (T_2)), V_T = 26 mV le potentiel thermodynamique à la température de 300K et I_s le courant de saturation. Le pont de résistances (r_1,r_2) a pour but d'assurer au transistor (T) une tension V_{CE} suffisante afin de garantir un fonctionnement linéaire. Le signal haute-fréquence $V_e(t)=e \sin(\omega t)$ est supposé de faible amplitude.
Dans tout l'exercice on utilisera l'approximation $I_C = \alpha I_E \sim I_E$ avec α le gain en courant en base-commune du transistor que l'on supposera égal à l'unité.

1) En notant I_1 et I_2 les courants circulant dans r_1 et r_2 et en supposant que $I_B \ll I_1$ et que $I_B \ll I_2$, montrer que le potentiel de base V_B du transistor (T) peut s'écrire avec une erreur négligeable selon la relation :

$$V_B = \frac{r_2 u - r_1 E}{r_1 + r_2}$$

En déduire l'expression du courant I en fonction de r_1,r_2, R_E, u, E et du potentiel base-émetteur V_{BE} du transistor (T).

2) Après avoir justifié que $V_e = V_{BE1}-V_{BE2}$, en déduire que les courants émetteurs I_{E1} et I_{E2} des transistors (T_1) et (T_2) se mettent sous la forme :

$$I_{E_1} = \frac{I}{1 + e^{-\frac{V_e}{V_T}}} \qquad \text{et} \qquad I_{E_2} = \frac{I}{1 + e^{\frac{V_e}{V_T}}}$$

En déduire que V_s est une fonction tangente hyperbolique de V_e obéissant à la formule :

$$V_s = R_c I \tanh(\frac{V_e}{2V_T})$$

<u>On rappelle que</u> : $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$ et $\cosh^2 x = \frac{1 + \cosh 2x}{2}$

3) En utilisant le développement limité de tanh(x) déterminer approximativement la valeur maximale e_M que l'on peut donner à e si l'on exige que V_s soit une fonction linéaire de V_e avec une erreur relative de 5%. <u>Cette approximation linéaire restera valable dans toute la suite du problème</u>.

<u>On rappelle que</u> : $\tanh x \approx x - \frac{x^3}{3}$

4) On suppose maintenant que u est un signal sinusoïdal de fréquence basse u(t) = U sin(Ωt). Montrer que V_s est un <u>signal modulé en amplitude</u> et qu'il se met sous la forme :

$$V_s(t) = a_0(1 + m \sin(\Omega t)) \sin(\omega t)$$

Donner les expressions analytiques de a_0 et m. On montrera en particulier que a_0 s'exprime en fonction de R_c, r_1, r_2, e, V_T, V_{BE} et E puis que m s'exprime en fonction de r_1, r_2, V_{BE} et U.

5) Le potentiel thermodynamique V_T dépend de la température absolue T selon la relation $V_T = k_B T/q$ avec $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J.K^{-1} la constante de Boltzmann et $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C la charge de l'électron. Déterminer les variations relatives de $\Delta V_T/V_T$ en fonction de $\Delta T/T$. Conclure sur l'influence d'une augmentation de température T sur le taux de modulation m ? sur l'amplitude moyenne a_0 ? En déduire les variations relatives de $\Delta m/m$ et de $\Delta a_0/a_0$.

6) a) En notant V_{c1} et V_{c2} les tensions collecteurs des transistors (T1) et (T2), déterminer la valeur compatible de R_C pour avoir $V_{C1} = V_{C2} = E/2$ lorsque V_e et u sont nulles. Calculer également les valeurs de a_0 et de m.
Applications numériques : E = 15 V ; $r_1 = r_2$; R_E = 4,7 kΩ ; e = 10 mV ; U = 2 V ; V_{BE} = 0,7V

b) Quelle serait l'influence sur la variation relative $\Delta a_0/a_0$ d'une augmentation de température ΔT = 20 K, à partir de T = 300 K ? En déduire la nouvelle valeur de a_0.

c) Afin de bien faire travailler le transistor (T) en régime linéaire, on impose la condition : V_{CEmin}= 2 V. Calculer dans ces conditions les valeurs maximales possibles pour U et m, notées U_M et m_M.
Applications numériques : E = 15 V ; $r_1 = r_2$; R_E = 4,7 kΩ ; e = 10 mV ; U = 2 V

7) Si la plupart des transistors au silicium actuels obéissent bien à la loi exponentielle, il est difficile d'en trouver deux possédant le même courant de saturation I_s et il faudrait plutôt écrire :

$$I_{Ek} = I_{sk} e^{\frac{V_{BEk}}{V_T}}$$

avec k=1,2 selon le transistor considéré. Montrer que dans ces conditions ($I_{s1} \neq I_{s2}$), la loi de variation rigoureuse de V_s peut s'écrire :

$$V_s = R_c I \tanh\left(\frac{V_e + V_{e0}}{2V_T}\right)$$

avec V_{e0} une tension de décalage dont on précisera l'expression.
Calculer V_{e0} et $V_{s0} = V_{s(Ve=0)}$ avec les valeurs numériques de la question 6). On prendra par ailleurs $I_{S1} = 1{,}1.I_{s2}$ et u = 0. En utilisant l'approximation linéaire sur Vs comme à la question 3), montrer que cette tension de décalage contribue à introduire une composante basse-fréquence V_{sBF} indésirable. Calculer V_{sBF}.

On rappelle que : $\tanh x = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

QUESTIONS DE COURS BONUS (2 points)

Toute réponse devra être justifiée avec quelques lignes explicatives. Les questions sont indépendantes.

1) Rappeler brièvement le principe des amplificateurs à transistors bipolaires de classe A et B
2) Quel est l'intérêt d'un oscillateur à cristal de quartz ? Citer un exemple d'utilisation d'une balance à quartz que vous avez rencontré récemment dans le cadre des travaux pratiques « technologie des composants silicium ».
3) Qu'est ce qu'une boucle à verrouillage de phase ?
4) Qu'appelle t-on oscillateur commandé en tension ?

ANNEXE A

EXERCICE N°2 : étude de l'oscillateur à pont de Wien (4 points)

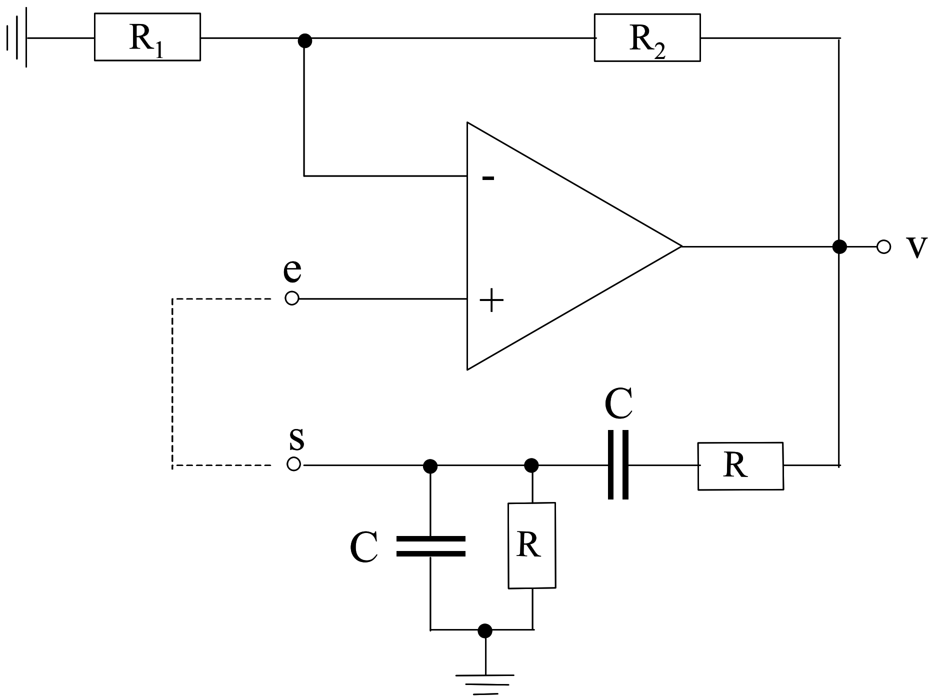

Figure 1

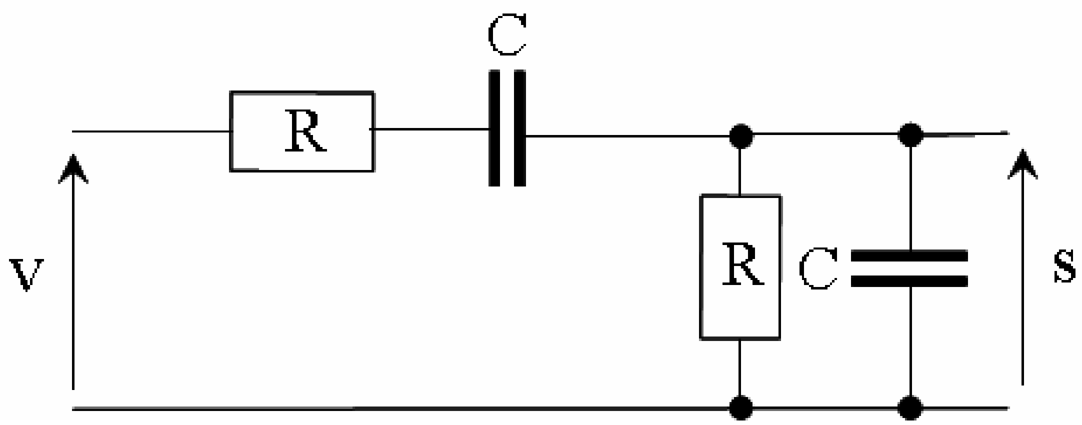

Figure 2

PROBLEME : modulation d'amplitude par paire différentielle (12 points)

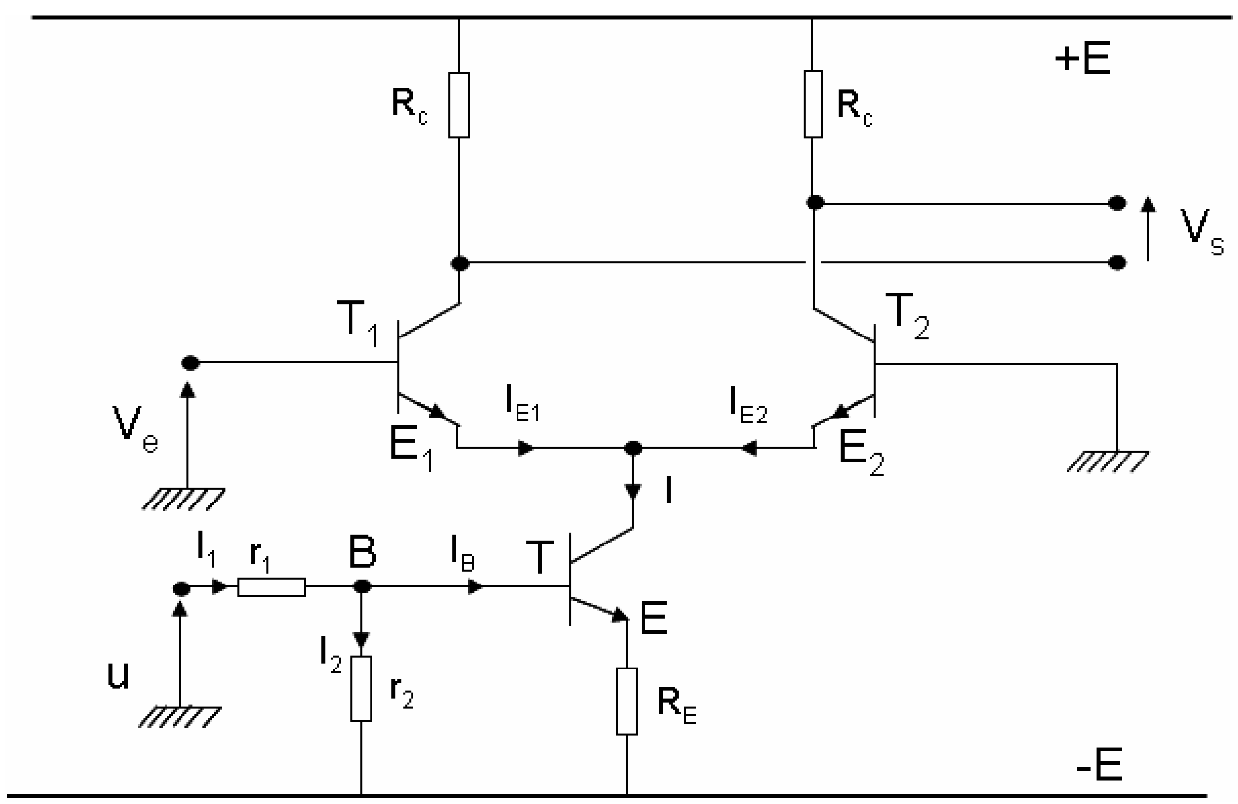

Figure 3

Annexe B

Table des fonctions de Bessel $J_k(m_{FM})$

m_f	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}	J_{11}	J_{12}	J_{13}
0.00	1.000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.10	.9975	.0499	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.20	.9900	.0996	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.25	.9845	.1241	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.30	.9776	.1484	.0111	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.40	.9604	.1961	.0197	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.50	.9385	.2423	.0306	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.60	.9120	.2867	.0437	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.70	.8812	.3290	.0588	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.80	.8463	.3689	.0758	.0103	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.90	.8075	.4060	.0946	.0144	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.00	.7652	.4400	.1150	.0195	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.25	.6459	.5107	.1711	.0369	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.50	.5119	.5579	.2321	.0610	.0118	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.75	.3690	.5802	.2940	.0919	.0209	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2.00	.2239	.5767	.3529	.1289	.0340	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2.50	-.0484	.4971	.4461	.2166	.0738	.0196	-	-	-	-	-	-	-	-
3.00	-.2601	.3391	.4861	.3091	.1320	.0430	.0114	-	-	-	-	-	-	-
3.50	-.3801	.1374	.4586	.3868	.2044	.0806	.0255	-	-	-	-	-	-	-
4.00	-.3972	-.0661	.3642	.4302	.2812	.1320	.0491	.0152	-	-	-	-	-	-
4.50	-.3206	-.2311	.2179	.4247	.3484	.1947	.0843	.0301	.0092	-	-	-	-	-
5.00	-.1776	-.3276	.0466	.3649	.3913	.2612	.1311	.0534	.0184	-	-	-	-	-
5.50	-.0069	-.3415	-.1174	.2562	.3967	.3209	.1868	.0866	.0337	.0113	-	-	-	-
6.00	.1507	-.2767	-.2429	.1148	.3577	.3621	.2458	.1296	.0565	.0212	-	-	-	-
6.50	.2601	-.1539	-.3074	-.0354	.2748	.3736	.2999	.1802	.0881	.0366	.0133	-	-	-
7.00	.3001	-.0047	-.3014	-.1676	.1578	.3479	.3392	.2336	.1280	.0589	.0236	-	-	-
7.50	.2664	.1363	-.2303	-.2680	.0239	.2835	.3542	.2832	.1744	.0889	.0390	.0151	-	-
8.00	.1714	.2345	-.1131	-.2912	-.1053	.1858	.3376	.3206	.2235	.1263	.0608	.0256	.0097	-
8.50	.0417	.2729	.0222	-.2627	-.2078	.0672	.2867	.3376	.2694	.1694	.0896	.0410	.0157	-
9.00	-.0906	.2451	.1447	-.1810	-.2655	.0552	.2043	.3275	.3061	.2149	.1247	.0622	.0274	.0108
9.50	-.1944	.1609	.2275	-.0656	-.2692	-.1614	.0992	.2868	.3234	.2578	.1551	.0897	.0427	.0182
10.0	-.2454	.0438	.2549	.0584	-.2196	-.2339	-.0145	.2167	.3179	.2919	.2075	.1231	.0634	.0290

$$\begin{aligned} s(t) = {} & A_p J_0 \cos(\omega_p t) + A_p J_1 \left[\cos[(\omega_p + \omega_m)t] - \cos[(\omega_p - \omega_m)t]\right] \\ & + A_p J_2 \left[\cos[(\omega_p + 2\omega_m)t] + \cos[(\omega_p - 2\omega_m)t]\right] \\ & + A_p J_3 \left[\cos[(\omega_p + 3\omega_m)t] - \cos[(\omega_p - 3\omega_m)t]\right] \cdots \end{aligned}$$

FIN DU SUJET

BONNES VACANCES !!